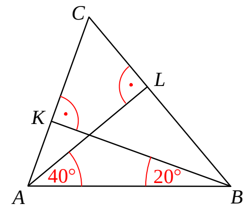
6. ODPOWIEDZI, WSKAZÓWKI, ROZWIĄZANIA

ODPOWIEDZI, WSKAZÓWKI I ROZWIĄZANIA DO ZADAŃ WPROWADZAJĄCYCH

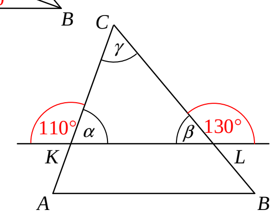
PLANIMETRIA

1.1 $|\angle BAC| = 40°$, $|\angle ABC| = 20°$, $|\angle ACB| = 120°$.
Rozwiązanie. α – miara kąta *BAC*. Wiemy, że $|\angle ABC| = \alpha - 20°$ i $|\angle ACB| = 3\alpha$.
Suma kątów trójkąta jest równa 180°, więc $\alpha + \alpha - 20° + 3\alpha = 180°$. Stąd $\alpha = 40°$, zaś $|\angle ABC| = 20°$, $|\angle ACB| = 120°$.

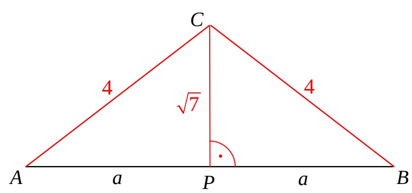
1.2 50°, 60°, 70°.
Rozwiązanie. W trójkącie *ABL*: $40° + |\angle ABL| + 90° = 180°$, więc $|\angle ABL| = 50°$.
W trójkącie *KAB*: $|\angle KAB| + 20° + 90° = 180°$, więc $|\angle KAB| = 70°$.
W trójkącie *ABC*: $70° + 50° + |\angle ACB| = 180°$, więc $|\angle ACB| = 60°$.



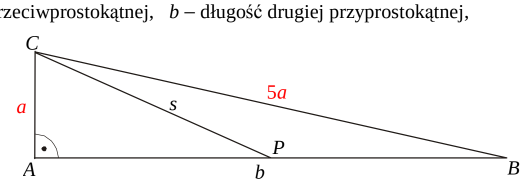
1.3 50°, 60°, 70°.
Rozwiązanie. α, β, γ – kąty trójkąta *KLC* (*zobacz rysunek*)
$\alpha + 110° = 180°$, więc $\alpha = 70°$. $\beta + 130° = 180°$, więc $\beta = 50°$.
$\alpha + \beta + \gamma = 180°$, więc $\gamma = 60°$.
Kąty *BAC* i *LKC* są kątami odpowiadającymi, więc $|\angle BAC| = |\angle LKC| = \alpha = 70°$.
Kąty *ABC* i *KLC* są kątami odpowiadającymi, więc $|\angle ABC| = |\angle KLC| = \beta = 50°$.



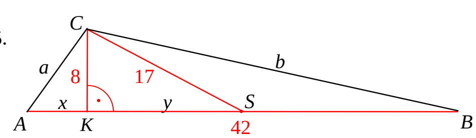
1.4 14.
Rozwiązanie. a – długość połowy podstawy.
Korzystamy *z tw. Pitagorasa* dla trójkąta *PBC*:
$a^2 + (\sqrt{7})^2 = 4^2$, stąd $a^2 = 16 - 7 = 9$. Zatem $a = 3$.
Obliczamy obwód trójkąta: $2a + 2 \cdot 4 = 2 \cdot 3 + 8 = 14$.



1.5 $a\sqrt{7}$.
Rozwiązanie. a – długość jednej przyprostokątnej, $5a$ – długość przeciwprostokątnej, b – długość drugiej przyprostokątnej, s – długość środkowej poprowadzonej do dłuższej przyprostokątnej.
Z *tw. Pitagorasa* dla trójkąta *ABC* mamy $a^2 + b^2 = (5a)^2$.
Stąd $b^2 = 25a^2 - a^2 = 24a^2$, więc $b = \sqrt{24a^2} = \sqrt{4 \cdot 6}a = 2\sqrt{6}a$.
$|AP| = 0{,}5b = \sqrt{6}a$. Z *tw. Pitagorasa* dla trójkąta *APC* mamy
$s^2 = a^2 + (\sqrt{6}a)^2$. Stąd otrzymujemy $s = \sqrt{7}a$.



1.6 10, $4\sqrt{85}$.
Rozwiązanie. Z *tw. Pitagorasa* dla trójkąta *KSC* $8^2 + y^2 = 17^2$, stąd $y = 15$.
Punkt *S* jest środkiem boku *AB*, więc $x = 21 - y = 6$.
Z *tw. Pitagorasa* dla trójkąta *AKC* obliczmy $a = 10$.
Z *tw. Pitagorasa* dla trójkąta *KBC* obliczmy $b = 4\sqrt{85}$.



1.7 $|AB| = 10$, $|AC| = 4\sqrt{13}$.
Rozwiązanie. Z *tw. o środkowych trójkąta*: $|AS| = \frac{2}{3} \cdot |AL| = 6$,
$|BS| = \frac{2}{3} \cdot |BK| = 8$, $|SK| = \frac{1}{3} \cdot |BK| = 4$.
Z *tw. Pitagorasa* dla trójkąta *ABS*: $|AB|^2 = 6^2 + 8^2$. Stąd $|AB| = 10$.
Z *tw. Pitagorasa* dla trójkąta *ASK*: $|AK|^2 = 6^2 + 4^2$.
Stąd $|AK| = 2\sqrt{13}$. $|AC| = 2 \cdot |AK| = 4\sqrt{13}$.